III. Siła

Ta część jest wstępem co części IV, która porusza temat kinetyki. Chodzi o oto aby zapewnić Ci wystarczającą wiedzę o siłach, którą docenisz przy temacie kinetyki. Jednak nie jest to ostatnie słowo o siłach. Temat siły jest niezwykle ważny dla realistycznych symulacji ,że będziemy wracali do tego tematu w różnych kontekstach. W tej części omówimy dwie podstawowe kategorie sił i krótko wyjaśnimy niektóre ważne konkretne rodzaje sił. Wyjaśnimy związek między siłą i momentem obrotowym.

Wprowadzenie

Jak wspomnieliśmy w części drugiej, musimy zrozumieć pojęcie siły , zanim w pełni zrozumiesz temat kinetyki. Kinematyka to tylko połowa sukcesu. Znasz już pojęcie siły z codziennego doświadczenia, Wywierasz siłę na książkę trzymając ją w dłoniach przeciwdziałając grawitacji. Naciskasz myszkę przesuwając ją z jednego punktu do drugiego. Kiedy grasz w piłkę, wywierasz siłę na piłkę podczas jej kopania. Ogólnie rzecz mówiąc, siła polega na tym ,że obiekt porusza się , a ściślej zmienia się przyspieszenie obiektu. Nawet kiedy trzymasz książkę, chociaż może się ona nie poruszać, to skutecznie zmieniłeś jej przyspieszenie przez wzgląd na grawitację zerową. Kiedy kopiesz piłkę , zmieniasz jej przyspieszenie z , powiedzmy, zera gdy piłka jest w spoczynku do pewnej dodatniej wartości gdy piłka opuszcza Twoją stopę. To są przykłady zewnętrznych sił kontaktowych. Poza siłami kontaktowymi istnieje także inna szeroka kategoria sił, zwanych siłami pola, czasami siłami sił na odległość. Siły te mogą działać na ciało bez faktycznego kontaktu z nim. Dobrym tego przykładem jest przyciąganie grawitacyjne między obiektami. Innym przykładem jest przyciąganie elektromagnetyczne między naładowanymi cząsteczkami. Koncepcja pola siłowego została opracowana dawno temu, aby pomóc w wizualizacji interakcji między obiektami podlegającymi siłom na odległość Można powiedzieć ,że obiekt podlega polu grawitacji innego obiektu. Myślenie w kategoriach pól siłowych ma pomóc zrozumieć ci fakt ,że obiekt może wywierać siłę na inny obiekt bez konieczności kontaktu fizycznego. W obrębie tych dwóch szerokich kategorii sił istnieją specyficzne rodzaje sił związanych z różnymi zjawiskami fizycznymi – siłami wynikającymi z tarcia, pływalności i nacisku między nimi. Zanim przejdziemy dalej, musimy wyjaśnić konsekwencje trzecie prawa Newtona , wprowadzonego w części pierwszej. Trzecie prawo Newtona mówi ,że dla każdej siły działającej na ciało , istnieje równa ale przeciwstawna siła reakcji. To znaczy, że siły muszą istnieć w parach : pojedyncza siła nie może istnieć samodzielnie. Weźmy na przykład przyciąganie grawitacyjne między Ziemią a Tobą. Ziemia wywiera siłę – twoja wagę- na ciebie, przyspieszając Cię do jej środka. Podobnie ty wywierasz siłę , przyspieszając ją w swoim kierunku. Ogromna różnica między Twoją masą a masą Ziemi sprawia, że przyspieszenie Ziemi w tym przypadku jest tak małe, że jest znikome. Wcześniej napisałem ,ze wywierasz nacisk na książkę aby utrzymać ją w górze podobnie książka wywiera siłę na twoje ręce równą w wielkości ale przeciwną w kierunku do siły jaką ty wywierasz na książkę. Czujesz tę siłę reakcji jako wagę książki. Zjawisko akcja – reakcja jest podstawą napędu rakietowego. Silnik rakietowy wywiera siłę na cząsteczki paliwa, które są przyspieszane z dyszy wylotowej. Siła potrzebna do przyspieszenia tych cząstek jest wywierana na rakietę jako siła reakcji zwana ciągiem. Akcja – reakcja jest ważnym zjawiskiem w sztywnej dynamice ciała. , szczególnie ważna w radzeniu sobie z kolizjami i obiektami będącymi w kontakcie.

Pola Siłowe

Najlepszym przykładem pola siłowego lub siły na odległość , jest przyciąganie grawitacyjne między obiektami. Prawo Newtona stanowi ,ze siła przyciągania między dwoma masami jest wprost proporcjonalna do iloczynu mas i odwrotnie proporcjonalna do kwadratu odległości dzielących środki ich mas. Co więcej , to prawo stanowi ,że linia działania siły przyciągania leży wzdłuż linii łączącej środki tych dwóch mas. Jest to zapisane następujące:

$F_3 = (Gm_1m_2) / r^2$,

gdzie G jest stałą grawitacyjną, tzw. stałą uniwersalną Newtona. G została po raz pierwszy zmierzona eksperymentalnie przez sir Henry'ego Cavendisha w 1798 i jest równa 6,673 x 10^{-11} (N-m^2)/kg^2 . Jak dotąd używamy przyspieszenia grawitacyjnego, g , jako stałej 9,8 m/s^2. Jest to prawdą gdy jesteś blisko powierzchni Ziemi, na przykład na poziomie morza. W rzeczywistości g zmienia się w zależności od wysokości – być może nie za dużo dla naszych celów, ale tak właśnie jest. Rozważmy drugie prawo Newtona wraz z prawem grawitacji dla ciała blisko Ziemi. Utożsamiając te dwa prawa , w formie równania, mamy

$ma = (GM_em(/ (R_e + h)^2$,

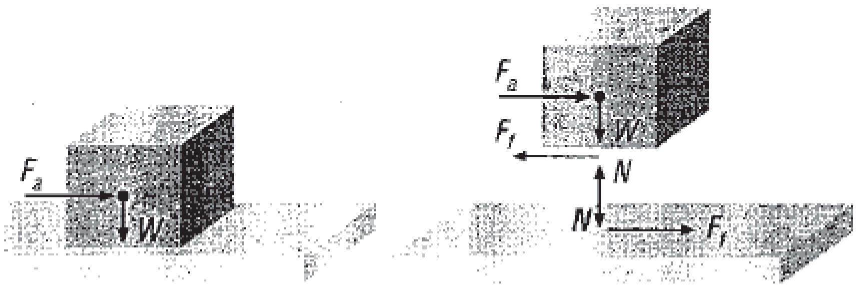
gdzie m jest masą ciała , a jest przyspieszeniem ciała ze względu na przyciąganie grawitacyjne między Tobą a Ziemią, M_e jest masą Ziemi, R_e jest promieniem Ziemi, a h jest wysokością ciała. Jeśli rozwiążesz to równanie dla a, będziesz miał wzór na przyspieszenie z powodu grawitacji jako funkcji wysokości:

$a = g' – (GM_e)/(R_e + h)^2$,

Promień Ziemi to około 6,38 x 10^6 m a jej masa to około 5,98 x 10^{24} kg. Zastąpienie tych wartości w powyższym równaniu i przyjęcie zerowej wysokości (poziomu morza) dla daje stałą g, której używaliśmy do tej pory, tzn. 9,8 m/s^2.

Tarcie

Siły tarcia (tarcie) zawsze opierają się ruchowi i wynikają z interakcji między kontaktującymi się powierzchniami. Tak więc tarcie jest siłą kontaktową. Tarcie jest zawsze równoległe do stykających się powierzchni w punkcie styku czyli jest styczna do powierzchni stykających się. Wielkość siły tarcia jest funkcją siły normalnej między stykającymi się powierzchniami a chropowatością powierzchni. Najłatwiej to sobie wyobrazić ,patrząc na prosty blok na powierzchni poziomej jak poniżej



Na tym rysunki, blok spoczywa na powierzchni horyzontalnej z małą siłą F_a , przyłożoną do bloku na linii działania przez środek masy bloku. Wraz ze wzrostem siły działania, siła tarcia będzie narastać gdy blok i powierzchnia płaska będą się opierały ruchowi bloku. Maksymalna siła tarcia to

$F_{fmax} = \mu_sN$

gdzie μ_s jest doświadczalnie wyznaczonym współczynnikiem tarcia statycznego a N jest normalną (prostopadłościenną) siłą między blokiem a powierzchnią, co w tym przypadku jest równe ciężarowi bloku. Ponieważ siła przyłożona zwiększa się ,ale jest nadal mniejsza niż F_{fmax}, blok pozostanie statyczny, a F_f będzie równa w wielkości do zastosowanej siły. Blok znajduje się w statycznej równowadze. Kiedy przyłożona siła staje się większa niż F_{fmax}, siła tarcia nie może już dłużej hamować ruchu bloku, a blok przyspiesza pod wpływem przyłożonej siły. Zaraz po tym ,jak blok zaczął swój ruch, siła tarcia będzie się zmniejszała od F_{fmax} do F_{fk} , gdzie F_{fk} to

$F_{fk} = \mu_k N$

Tu, k oznacza kinetyczne, ponieważ blok jest w ruchu, a μ_k, współczynnikiem tarcia kinetycznego, jest mniejszy niż μ_s. Podobnie jak statyczny współczynnik tarcia, współczynnik kinetyczny tarcia jest wyznaczany eksperymentalnie.

Dynamiczny Opór Cieczy

Siły oporu dynamicznego cieczy przeciwstawiają się ruchowi, tak jak tarcie. W rzeczywistości głównym elementem oporu dynamicznego cieczy jest tarcie, które powstaje ze względnego przepływu płynu nad (i w kontakcie z) powierzchnią ciała. Tarcie nie jest jednak jedynym składnikiem dynamicznego oporu cieczy W zależności od kształtu ciała, jego prędkości i natury płynu, opór dynamiczny płynu będzie miła dodatkowe składniki ze względu na zmiany ciśnienia w płynie, gdy przepływa on wokół ciała. Jeśli ciało znajduje się na styku dwóch płynów (jak statek na oceanie, gdzie płynami są powietrzem i wodą), dodatkowy składnik oporu będzie istniał ze względu na generowanie fali. Ogólnie rzecz biorąc, opór dynamiczny płynu jest skomplikowany zjawiskiem, które jest funkcją wielu czynników. Jednak chciałbym omówić, w jaki sposób lepki (tarciowy) komponent tych sił oporu jest zazwyczaj idealizowana. Idealny lepki opór jest funkcją prędkości i pewnego, eksperymentalnie wyznaczonego współczynnika oporu, który powinien brać pod uwagę warunki powierzchniowe ciała, właściwości płynu (gęstość i lepkość) oraz warunki przepływu. Zwykle zobaczysz wzór dla lepkiej siły oporu w postaci

$F_v = -C_f v$,

gdzie C_f jest współczynnikiem opory, v prędkością ciała, a znak minus oznacza że siła przeciwstawia się ruchowi. Ta formuła obowiązuje dla wolno poruszających się obiektów w lepkim płynie. Powolne przemieszczanie się oznacza, że przepływ wokół ciała jest laminarny, co oznacza ,że linie przepływu są niezakłócone i równoległe. Dla szybko poruszających się obiektów, użyjesz wzoru dla F_v napisanej jako funkcja prędkości do kwadratu jak poniżej

$F_v = -C_f v^2$,

Szybkie poruszanie oznacza ,że przepływ wokół obiektu jest turbulentny, co oznacza ,że linie przepływu już nie są równoległe i występuje pewien rodzaj mieszania w przepływie wokół obiektu. Zauważ ,ze wartości C_r na ogół nie są takie same dla dwóch równań. Oprócz czynników opisanych wcześniej, C_r zależy w znacznym stopniu od tego , czy przepływ jest laminarny czy turbulentny. Oba te równania są bardzo uproszczone i nie stanowią podstawy do praktycznej analizy problemów z przepływem płynu. Jednak, oferują one pewne zalety w symulacjach gier komputerowych. Najwyraźniej te formuł są łatwe do wdrożenia potrzebujesz tylko znać prędkość rozważanego ciała, która otrzymujesz ze swoich równań kinematycznych i założoną wartość współczynnika oporu. Jest to wygodne, ponieważ twój świat gier będzie zazwyczaj posiadał wiele typów obiektów o różnych rozmiarach i kształtach, które sprawią ,że rygorystyczna analiza każdej z ich właściwości przeciągania będzie niepraktyczna. Jeśli iluzja realizmu jest wszystkim czego potrzebujesz, a nie rzeczywistą dokładnością to t wzory mogą być wszystkim czego potrzebujesz. Kolejną zaletą korzystania z tych wyidealizowanych wzorów jest to ,że możesz modyfikować współczynnik oporu, jak uważasz za stosowne, aby zredukować niestabilności liczbowe przy rozwiązywaniu równań ruchu, zachowując przy tym złudzenie realistycznych zachowań. Jeśli dokładność w prawdziwym życiu jest tym na co masz ochotę, to nie będziesz miał wyboru, ale będziesz musiał rozważyć bardziej zaangażowane (czytaj „skomplikowane") podejście do określenia oporu dynamicznego płynu

Notka Na Temat Ciśnienia

Wiele osób myli ciśnienie z siłą. Często słyszy się ludzi, którzy mówią, kiedy coś wyjaśniają „popychane z siła 100 niutonów na metr kwadratowy". Chociaż rozumiesz co to oznacza, technicznie rzecz biorąc , odnosi się do ciśnienie, a nie siły. Ciśnienie to siła na jednostkę powierzchni; dlatego jednostki to Newton na metr kwadratowy. Biorąc pod uwagę ciśnienie, musisz znać całkowity obszar , na którym działa to ciśnienie, aby określić siłę wypadkową. Siła równa się ciśnienie razy obszar

$F = PA$

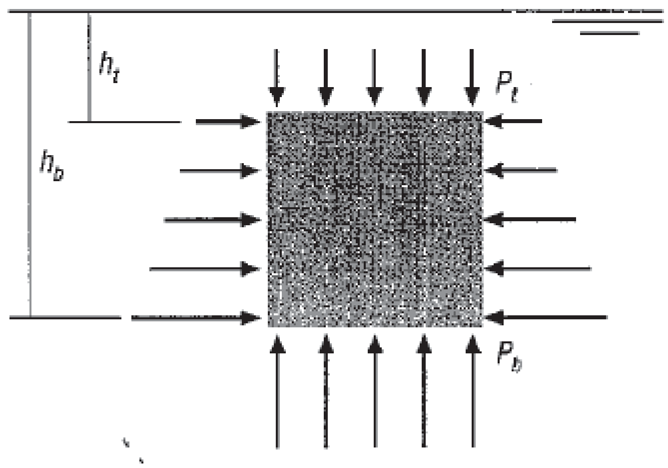
Ten wzór mówi ci ,że przy stałym ciśnieniu, im większy obszar działa, tym większa siła wypadkowa. Jeśli przestawisz to równanie , obliczysz ciśnienie , zobaczysz ,ze ciśnienie jest odwrotnie proporcjonalne do powierzchni; to znaczy im większy obszar dal danej siły, tym mniejsze ciśnienie, i odwrotnie

$P = F/A$

Ważną cechą ciśnienia jest to ,że zawsze działa normalnie (prostopadle) na powierzchnię ciała lub obiektu na które działa. Ten fakt daje nam wskazówkę co do kierunku wypadkowego wektora siły. Chciałem wspomnieć o ciśnieniu, ponieważ będziesz pracował z ciśnieniem , aby obliczyć siły, kiedy dojdziesz do tematu obejmujących mechanikę statków, łodzi i poduszkowców. Tam, ciśnienie jakim będziesz się zajmował to będzie ciśnienie hydrostatyczne (pływalność) i siłą aerostatyczną.

Pływalność

Bez wątpienia poczułeś skutki pływalności podczas zanurzania się w wannie. Pływalność sprawia ,ze czujesz się lżej w wodzie niż w powietrzu i dlatego niektórzy ludzie mogą unosić się na plecach w basenie. Pływalność jest siłą , która rozwija się gdy obiekt jest zanurzony w płynie. Jest to funkcja objętości przedmiotu i gęstości płynu i wynika z różnicy ciśnień między płynem tuż nad przedmiotem a płynem tuż pod obiektem Ciśnienie wzrasta ,im głębiej zanurzasz się w płyn; zatem ciśnienie jest większe na dnie obiektu o określonej wysokości niż na górze obiektu .Rozważmy kostkę z poniższego rysunku



Niech s oznacza długość szerokość i wysokość sześcianu, które są równe. Dalej, niech h_t oznacza głębokość na górze sześcianu a h_b oznacza głębokość na dole sześcianu. Ciśnienie na górze kostki to $P_t = \rho g h_t$, które działa na całej powierzchni górnego obszaru sześcianu, normalnie do powierzchni w kierunku dolnym . Ciśnienie na dnie sześcianu to $P_b = \rho g h_b$. które działa na całej powierzchni dna sześcianu normalnie do powierzchni w kierunku do góry. Należy zauważyć ,że ciśnienie działające na boki kostki wzrasta liniowo wraz zanurzenie od P_t do P_b. Zauważ również że ponieważ ciśnienie boczne jest sytmetryczne, równe i przeciwne, ciśnienie netto wynosi zero co powoduje że siła boczna netto (ze względu na ciśnienie) również wynosi zero. To samo dotyczy górnego i dolnego ciśnienia, które oczywiście nie są równe, choć są odwrotne. Siła działająca na wierzch kostki jest równa ciśnieniu na górze sześcianu razy obszar powierzchni góry. Można to zapisać następująco:

$$F_t = P_t A_t$$
$$F_t = (\rho g h_t)(s^2)$$

Podobnie siła działająca na dno sześcianu jest równa ciśnieniu dna dole razy obszar powierzchni dna

$$F_b = P_b A_b$$
$$F_b = (\rho g h_b)(s^2)$$

Siła pionowa netto (pływalność) jest równa różnicy między siłą górna a dolną

$$F_B = F_b - F_t$$
$$F_B = (\rho g h_b)(s^2) - (\rho g h_t)(s^2)$$
$$F_B = (\rho g)(s^2)(h_b - h_t)$$

Ten wzór podaje wielkość siły wyporu. Jej kierunek jest skierowany prosto w górę, przeciwdziałać ciężarowi przedmiotu. Jest tu ważna uwaga. Zwróć uwagę ,że $(h_b - h_t)$ jest po prostu wysokością sześcianu, którą jest s w tym przypadku. Zastąpienie s w miejsce $(h_b - h_t)$ ujawnia, że siła wyporu jest funkcją objętości sześcianu.

$$F_B = (\rho g)(s^3)$$

To wspaniałe, ponieważ oznacza to ,że wszystko co musisz zrobić aby obliczyć pływalność, to najpierw obliczamy objętość obiektu a potem pomnożyć wartość objętościową przez gęstość właściwa (ρg) płynu. Prawdę mówiąc, łatwiej powiedzieć niż zrobić dla wszystkich ,ale najprostszych geometrii. Jeśli masz do czynienia z kulami, sześcianami ,cylindrami itp., obliczenie objętości jest łatwe. Jeśli jednak mamy do czynienia z dowolna geometrią. obliczanie objętości staje się trudniejsze. Istnieją dwa sposoby rozwiązanie tego problemy Pierwszym sposobem jest po prostu podzielenie obiektu na kilka mniejszych obiektów o prostszej geometrii, obliczyć ich objętość, a następnie dodać je wszystkie. Drugim sposobem jest użycie numerycznych technik do obliczenia objętości poprzez integrację na powierzchni obiektu. Należy również pamiętać ,że pływalność zależy od gęstości płynu, i nie musisz być w płynie o gęstości wody aby doświadczyć siły wyporu. W rzeczywistości istnieją teraz siły działające na ciebie, chociaż są one bardzo małe ze względu na fakt ,że jesteś zanurzony w powietrzu. Woda jest wielokrotnie gęstsza niż powietrze, dlatego też zauważamy siłę wyporu w wodzie a nie w powietrzu. Należy jedna pamiętać ,że w przypadku bardzo lekkich obiektów o stosunkowo dużych objętością , siłą wyporu w powietrzu może być znacząca.

Sprężyny I Amortyzatory

Sprężyny są elementami strukturalnymi , które po połączeniu miedzy dwoma obiektami przyłożą równe i przeciwne siły do każdego obiektu. Tą siłę sprężystości wymusza prawo Hook'a i jest funkcją rozciągniętej lub ściśniętej długości sprężyny względem długości spoczynkowej sprężyn i stałej sprężyny. Stała sprężyny jest wielkością która odnosi się do siły wywieranej przez sprężynę na jej ugięcie:

$F_s = k_s(L – r)$

Tu F_s jest siłą sprężyny, k_s jest stałą sprężystości, L jest długością rozciągnięcia / ściśnięcia sprężyny, a r jest resztą długości sprężyny. W systemie metrycznym, F_s jest mierzone w Newtonach ($1N – 1 kg·m/s^2$), z L i r w metrach a k_s w kg/s^2. Jeśli sprężyna jest połączona między dwoma obiektami, wywiera siłę F_s na obiekt a $-F_s$ na drugim; są to siły równe i przeciwne

Amortyzatory są zazwyczaj używane w połączeniu ze sprężynami w symulacjach numerycznych. Zachowują się jak lepki opór w tych amortyzatorach działając przeciwko prędkości. W takim przypadku, jeśli amortyzator jest połączony między dwoma obiektami, które poruszają się w kierunku do lub od siebie, amortyzator działa aby spowolnić względną prędkość między dwoma obiektami. Siła wytworzona przez amortyzator jest proporcjonalna do prędkości względnej połączonych obiektów, i stałej tłumienia k_d , która odnosi prędkość względną do siły tłumienia

$F_d = k_d(v_1 – v_2)$

To równanie pokazuje siłę tłumienia F_d w funkcji stałej tłumienia i prędkości względnej połączonych punktów na dwóch połączonych ciałach. W systemie metryczny, k_d ma jednostkę kg/s.

Zazwyczaj sprężyny i amortyzatory są połączone w jeden element, amortyzator sprężynowy, element w którym pojedynczy wzór jest używany do reprezentowania połączonej siły. Stosując notację wektorową, wzór dla elementu sprężyna-amortyzator łączący dwa ciała jest następujący

$$\mathbf{F}_1 = -\{k_s(L - r) + k_d[(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \cdot \mathbf{L}]/L\}\mathbf{L}/L$$

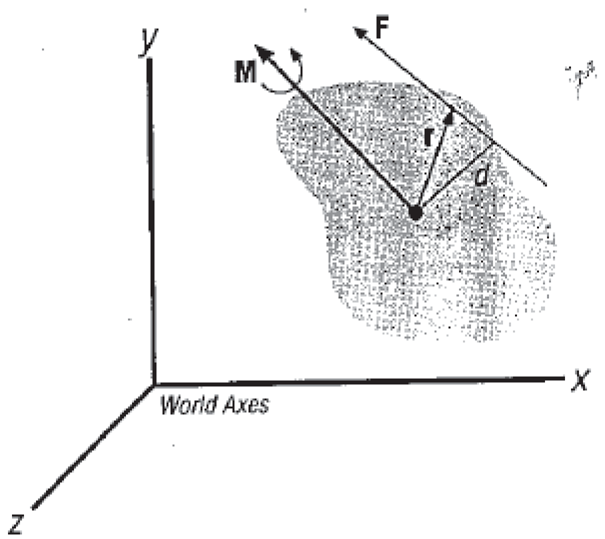
Tu, F_1 jest siłą wywieraną na ciało 1, a siła F_2 wywierana jest na ciało 2 to

$F_2 = -F_1$,

L jest długością amortyzatora sprężynowego (L nie pogrubione jest wielkością wektora L), która jest równa różnicy wektorowej w położeniu między połączonymi punktami na ciałach 1 i 2. Jeśli połączone obiekty są cząsteczkami, wówczas L jest równe pozycji ciała 1 minus pozycja ciała 2. Podobnie v_1 i v_2 są prędkościami połączonych punktów na ciele 1 i 2. Wielkość ($v_1 – v_2$) reprezentuje relację prędkości między połączonymi ciałami. Sprężyny i amortyzatory są przydatne , gdy chcesz symulować kolekcję połączonych cząstek lub ciał sztywnych. Siłą sprężyny zapewnia strukturę lub klej, która utrzymuje ciała razem (lub utrzymuje je oddzielone pewną odległością), podczas gdy amortyzator pomaga wygładzić ruch między połączonymi ciałami, dzięki czemu nie jest zbyt gwałtowny lub sprężysty. Ta amortyzacja jest również ważna z punktu widzenia stabilizacji numerycznej, ponieważ pomagają w utrzymaniu symulacji przy wysadzaniu w powietrze.

Siła I Moment Obrotowy

Musimy odróżnić tu siłę a moment obrotowy. Siła jest ty co powoduje przyspieszenie liniowe, a moment obrotowy jest tym co powoduje przyspieszenie rotacyjne. Moment obrotowy to siła razy odległość. Konkretnie, aby obliczyć moment obrotowy wywierany przez siłę działającą na obiekt, należy obliczyć prostopadłą odległość odo osi obrotu do linii działania siły a potem pomnóż tę odległość przez wielkość siły. Obliczenia te określają wielkość momentu obrotowego Ponieważ moment jest siłą razy odległość , jego jednostki przyjmują postać jednostki długości razy jednostka siły. Ponieważ zarówno siła jak i moment są wielkościami wektorami, musisz także określić kierunek wektora momentu obrotowego. Wektor siły jest łatwy do wizualizacji : jego linia działania przechodzi przez punkt przyłożenia siły wraz z kierunkiem określonym prze kierunek w którym siła jest zastosowana. Jako wektor, linia działania momentu obrotowego jest wzdłuż osi obrotu, z kierunkiem określonym przez kierunek obrotu o zasadę prawej ręki



Reguła prawej ręki jest prostą sztuczką pozwalającą śledzić wektor kierunku- w tym przypadku wektor momentu obrotowego. Weź prawą dłoń i udawaj ,że zwijasz palce wokół osi obrotu, a palce kierują się w stronę obrotu. Teraz wyciągnij kciuk, jak gdybyś wskazywał kciukiem w górę, trzymając palce zwinięte wokół osi. Kierunek wskazywany przez kciuk to kierunek wektora momentu obrotowego. Należy zauważyć ,że powoduje to ,że wektor momentu jest prostopadły do przyłożonego wektora siły. Wspomniano wcześniej ,że wielkość momentu obrotowego można znaleźć przez pomnożenie wielkości przyłożonej siły razy prostopadłą odległość między osiami obrotu a linią działania siły. To obliczenie jest łatwe do wykonania w dwóch wymiarach, gdzie odległość prostopadłą można łatwo obliczyć. Jednak w trzech wymiarach, będziesz chciał móc obliczać moment obrotowy, znając tylko wektor siły i współrzędne jej punktu przyłożenia na ciele względem osi obrotu. Możesz to osiągnąć, używając następującej formuły

M = r x F

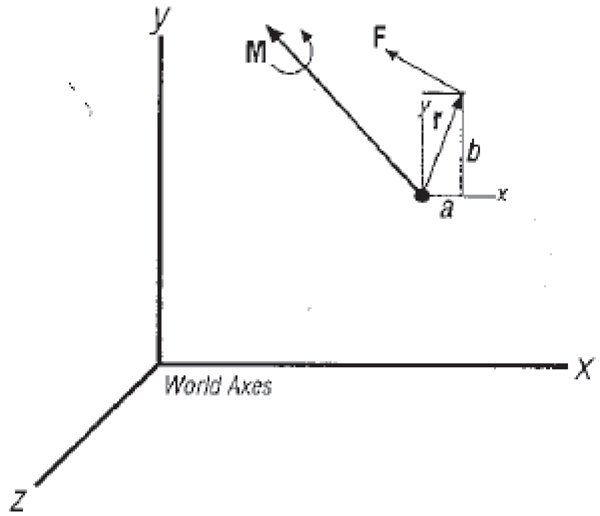
Moment obrotu M, jest iloczynem wektorowym pozycji wektora r i wektora siły F. W prostokątnym układzie współrzędnych można zapisać wektory odległości, siły i momentu obrotowego jak następuje

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k} \\ \mathbf{F} &= F_x\mathbf{i} + F_y\mathbf{j} + F_z\mathbf{k} \\ \mathbf{M} &= M_x\mathbf{i} + M_y\mathbf{j} + M_z\mathbf{k} \end{aligned}$$

Składniki skalarne r(x,y,z) są współrzędnymi odległościami od osi obrotu do punktu przyłożenia siły F. Komponenty skalarne wektora momentu obrotowego ,M ,są definiowane następująco

$$\begin{aligned} M_x &= yF_z - zF_y \\ M_y &= zF_x - xF_z \\ M_z &= xF_y - yF_x \end{aligned}$$

Rozważmy ciało sztywne pokazane poniżej, działające przez siłę F w punkcie oddalonym od środka masy ciała



W tym przykładzie F, a i b są podane jak poniżej

$$\mathbf{F} = (-90\,\text{lb})\mathbf{i} + (156\,\text{lb})\mathbf{j} + (0)\mathbf{k}$$
$$a = 0.66\,\text{ft}$$
$$b = 0.525\,\text{ft}$$

Obliczamy moment obrotowy wokół środka masy ciała ze względu na siłę F. Pierwszym krokiem jest zestawienie wektora odległości od punktu przyłożenia F do środka masy ciała. Ponieważ lokalne współrzędne a i b są podane, r to o prostu

r = (0,66f_t)i (0,525f_t)j + (0)k

Teraz , używając wzoru M = r x F (lub wzorów na składnik pokazanego wcześniej wektora momentu obrotowego) , możemy zapisać

$$\mathbf{M} = [(0.66\,\text{ft})\mathbf{i} + (0.525\,\text{ft})\mathbf{j} + (0)\mathbf{k}] \times [(-90\,\text{lb})\mathbf{i} + (156\,\text{lb})\mathbf{j} + (0)\mathbf{k}]$$
$$\mathbf{M} = [(0.66\,\text{ft})(156\,\text{lb}) - (0.525\,\text{ft})(-90\,\text{lb})]\mathbf{k}$$
$$\mathbf{M} = (150.2\,\text{ft-lb})\mathbf{k}$$

Należy zauważyć ,że składowe x i y wektora momentu obrotowego są równe zero; dlatego też , moment obrotowy jest skierowany bezpośrednio wzdłuż osi z. Wektor momentu obrotowego wskazywałby strony książki w danym przypadku W dynamice należy wziąć pod uwagę sumę, lub sumę wszystkich sił działających na obiekt oddzielnie od sumy wszystkich momentów działających na ciało. Sumując siły, dodajesz, w sposób wektorowy , wszystkie siły bez względu na ich punkt przyłożenia. Jednakże, kiedy sumujemy momenty obrotowe, należy wziąć pod uwagę punkt przyłożenia siło do obliczenia momentów obrotowych, jak pokazano w poprzednim przykładzie. Następnie można połączyć sumę wektorową wszystkich momentów działających na ciało. Rozważając ciała sztywne, które nie są fizycznie ograniczone do obracania się wokół ustalonej osi, każda siła działająca przez środek masy ciała nie wytwarza momentu obrotowego na ciele wokół jego środka ciężkości. W tym przypadku oś obrotu przechodzi przez środek masy ciała ,a wektor r będzie wynosił zero (wszystkie komponenty są zerowe). Kiedy siła działa przez punkt na ciele w pewnej odległości od środka masy, powstanie moment obrotu na ciele i wpłynie to na ruch kątowy ciała. Generalnie, siły pola , siły na odległość, działa poprzez środek masy ciała, w związku z tym wpłynie to na liniowy ruch ciała, chyba ,że ciało będzie zmuszone do obracania się wokół ustalonego punktu. Jednak inne siły kontaktowe nie działają na ogół poprzez środek masy ciała (mogą nie niekoniecznie muszą to zakładać) i mają tendencję do wpływania na ruch kątowy ciała jak również na jego ruch liniowy.