VIII. Grawitując wokół podstawowej fizyki

Fizyka to nie tyle pole matematyka, ile zastosowaniem matematyk, drastycznie różni się od matematyki, ponieważ jest nauką. Świadek: Matematycy zazwyczaj budują gałąź, ustanawiając zbiór definicji i reguł, których używają do wyciągania różnych wniosków. Z drugiej strony nauka wprowadza gałąź poprzez postulowanie teorii. Zazwyczaj, aby tę teorię uznać za dobrą, należy ją poprzeć różnymi przykładami rozwiązywania różnych problemów; mimo to teorie te nie muszą być kompletne, aby można je nazwać teoriami. Są to w rzeczywistości spekulatywne dzieła, które próbują wyjaśnić zjawiska fizyczne, których doświadczamy w naszym wszechświecie. W związku z tym nie należy oczekiwać, że formuły, które napotkacie w fizyce, można udowodnić ponad wszelką wątpliwość. W rzeczywistości czas udowodnił, że niektóre formuły są jedynie przybliżeniami "prawdziwych formuł", a czasami nawet przyjmują kilka założeń. Ale wiesz co? To nie ma znaczenia! Twoje gry nie muszą być w 100 procentach poprawne fizycznie, aby mogły być zabawne dla zabójców. Potrzebujesz tylko czegoś, co wygląda rozsądnie. Weźmy na przykład stare wersje gry Mario Brothers na konsolę Nintendo. Grawitacja była całkowicie nieskuteczna, ale to nie powstrzymało jej od bycia jedną z najlepszych gier od dłuższego czasu. Duke3D jest grą typu killer z nierealistycznym modelem fizycznym; nie miało to jednak znaczenia, ponieważ gra była fajna. Ta część, pierwsza z dwóch w tym tekście, która koncentruje się na fizyce, koncentruje się na fizyce newtonowskiej i na tym, co zwykle określa się mianem fizyki liniowej. Te gałęzie fizyki umożliwiają rozwiązywanie wielu problemów, takich jak pociski i kolizje. W szczególności ten rozdział omawia następujące kwestie:

- Pojęcie ruchu
- Siła grawitacyjna
- Teoria siły i pędu
- Teoria zachowania energii

Przenieś to ciało. . .

Statyczna gra jest dość nudna. Bez tego, że planujesz stworzyć grę typu Tetris z ograniczonym (czytaj: systematycznym) ruchem, musisz znać równania, które sprawiają, że rzeczy się poruszają. Na szczęście poruszanie rzeczy jest dość proste, ale najpierw musisz zdefiniować kilka rzeczy - w szczególności prędkość. Prędkość jest definiowana jako odległość przebyta na sekundę. Podczas jazdy samochodem zwykle jedziesz z mniej więcej stałą prędkością. Gdy przyspieszasz, zwiększasz lub zmniejszasz prędkość. Gdybyś był w kosmosie, gdzie nie ma tarcia ani grawitacji, możesz popchnąć obiekt i nigdy się nie zatrzyma. Jeśli dasz pewną prędkość przedmiotowi w kosmosie, to w idealnym świecie zachowa on tę prędkość, chyba że zderzy się z czymś innym. Na Ziemi, gdy przesuniesz obiekt w poziomie, obowiązuje ta sama idea. Niestety, jeśli popchniesz obiekt na dywan, to w końcu się zatrzyma, ponieważ dywan wytwarza tarcie, koncepcję, którą omówimy później. Z drugiej strony, jeśli wypchniesz obiekt poziomo ze szczytu budynku, to w uproszczonym modelu (czyli takim, który nie uwzględnia grawitacji), zachowaj jego prędkość. Utrzymanie stałej prędkości daje następujące równanie, gdzie v to prędkość, a v_0 to prędkość początkowa:

$v(t) = v_0$

Uwaga: Można się zastanawiać, dlaczego wartość nie jest oznaczona s dla prędkości zamiast v. Prawdą jest, że w fizyce bardziej interesuje cię prędkość (prędkość kierunkowa) niż prędkość, która jest tylko skalarem. W całym tym rozdziale i następnych konwencja zostanie wykorzystana.

Prędkość może być faktycznie postrzegana jako chwilowa różnica odległości w czasie, jak widzieliśmy w ostatnim rozdziale. Niezależnie od definicji, jeśli zintegrujesz równanie, otrzymasz formułę jako funkcję pozycji x i jej początkowej pozycji w następujący sposób:

$$x(t) = \int v(t) = v_o t + x_o$$

Dlatego, jeśli masz obiekt o wartości x = 0 z prędkością $v_0 = 1$, dla każdej wartości całkowitej t na czas, odległość wzrasta o 1. Tak więc masz funkcję, która, biorąc pod uwagę czas, pozycję początkową i prędkość, może uzyskać pozycję pocisku. To interesujące, ale możesz chcieć stworzyć coś bardziej zaangażowanego - może minimalnie 2D. W takim przypadku patrzysz na dwie zmienne. Niech oś x będzie pozioma, a oś y będzie wysokością. Oś x może zachowywać się jak pokazano wcześniej, ponieważ tak właśnie została zdefiniowana. Z drugiej strony oś y jest rozkładana grawitacyjnie. Gravity to pojęcie, które nie jest jeszcze dobrze rozumiane nawet dzisiaj. W rzeczywistości był to kolejny wielki obszar badań Einsteina, którego nie mógł ukończyć przed śmiercią. W najbardziej uproszczonych modelach grawitacja jest uważana za stałe przyspieszenie, które dla Ziemi jest wycenione na 9,81 m / s2 w dół. Wartość przyspieszenia nie ma znaczenia, ponieważ twoja gra najprawdopodobniej nie będzie pokazywać tych samych jednostek, chyba że dopasujesz jednostki światowe OpenGL / Direct3D do liczników, ale byłoby to głupie, ponieważ rzeczy poruszałyby się zbyt szybko. Przyspieszenie jako stała ma kilka implikacji. Po pierwsze, możesz zintegrować tę funkcję, aby uzyskać równanie prędkości w funkcji czasu. Co więcej, można zintegrować się jeszcze raz w celu uzyskania równania pozycji w funkcji czasu. Poniższe ilustruje to dla statycznego przyspieszenia a_0:

$$a(t) = a_0$$
$$v(t) = \int a(t) = v_0 + a_0 t$$
$$y(t) = \int v(t) = y_0 + v_0 t + \frac{a_0 t^2}{2}$$

Jak zwykle wygodniej jest wyrazić wszystko w postaci macierzy, gdzie p (t) jest pozycją <x, y, z> pocisku w czasie, t:

$$p(t) = \begin{bmatrix} 0 & v_x & x_0 \\ a_0 & v_y & y_0 \\ 0 & v_z & z_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{t^2}{2} \\ t \\ 1 \end{bmatrix}$$

Zwróć uwagę, jak prędkość jest podzielona na trzy oddzielne komponenty. Jeden jest używany dla osi poziomej, a drugi dla osi pionowej. Podczas gdy byłem na tym, dodałem również komponent z. Oczywiście grawitacja działa tylko w jednym wymiarze, a więc tylko oś y ma przyspieszenie. (Jeśli chcesz zbudować coś fajnego, możesz ustawić przyspieszenia dla x i z, ale jeśli tak, powinieneś najpierw upewnić się, że gra ma takie przyspieszenie z jakiegoś powodu.) Dla przykładu załóżmy, że twoje funkcje gry czołg siedzi na linii prostej, strzelając w kierunku innych czołgów. Twoja gra ma również bombę wiśniową, która ma eksplodować na maksymalnej wysokości twojego pocisku. Aby to zadziałało, znacznie łatwiej jest opisać ruch pocisku z prędkością i kątem. Czy to ja, czy też brzmi to jak współrzędne biegunowe? Cóż, to zależy. Jeśli myślałeś w 3D, to powinieneś mieć dwa kąty - jeden dla wysokości i drugi dla boków - tworząc współrzędną sferyczną. Załóżmy jednak, że ograniczyłeś się do 2D. Biorąc pod uwagę początkową prędkość i kąt, powinieneś być w stanie obliczyć prędkość na x i prędkość w y. Dwa w dół, trzy do końca. Przyspieszenie jest ustawione na stałą wartość zaprojektowaną, aby Twoja gra wyglądała dobrze (jeśli nie była fizycznie doskonała). Pozostało ci tylko ustawić początkową pozycję twojego czołgu i ukończyłeś równanie. Załóżmy na przykład, że prędkość wynosi 5 przy kącie 45 stopni, przyspieszeniu 10 i pozycji początkowej <0, 0>. Pozycja pocisku w chwili t = 2 jest następująca

$$
\begin{aligned}
p(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 5\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) & 0 \\ 10 & 5\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{2^2}{2} \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0 & \frac{5}{\sqrt{2}} & 0 \\ 10 & \frac{5}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{10}{\sqrt{2}} \\ 20 + \frac{10}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

To działa, ale nie rozwiązało problemu ze znalezieniem maksymalnej wysokości. Na szczęście jest to całkiem łatwe. Jeśli przyjrzysz się problemowi, w grę wchodzi słowo "maksimum". Maksymalne dla tej wysokości funkcji jest maksimum funkcji y, która jest punktem, w którym prędkość jest zerowa. Pracując nad tymi równaniami, następujące:

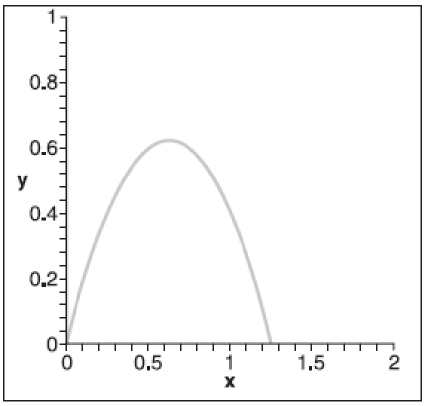
$$v(t) = \begin{bmatrix} 10 & \frac{5}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{t^2}{2} \\ t \\ 1 \end{bmatrix} dt$$

$$= \begin{bmatrix} 10 & \frac{5}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$0 = \begin{bmatrix} 10 & \frac{5}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$t = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

Coś wygląda drastycznie nie tak w tym równaniu. Zgodnie z tymi obliczeniami, czas, w którym pocisk osiąga maksimum, należy do przeszłości. To nie ma sensu. Problem polega na tym, że znaki osi nie były przestrzegane. W fizyce wszystko zależy od czegoś innego. Znak i bok muszą być zdefiniowane podczas ustalania problemu. Zanim podejmiesz problem w fizyce, pierwszym krokiem, jaki powinieneś podjąć, jest określenie, która strona osi jest dodatnia, a która ujemna. To samo powinno się zrobić w przypadku rotacji. Na przykład, jeśli wybierzesz typowy układ współrzędnych kartezjańskich, w którym wartości dodatnie znajdują się w prawym górnym kwadrancie, twoje przyspieszenie jest całkowicie błędne. Przyspieszenie Ziemi powinno pociągnąć obiekt w dół, nie w górę. W związku z tym należy odwrócić znak przyspieszenia. Jeśli to zrobisz, zauważysz, że równanie nadal nie ma sensu. Czas jest pozytywny, a zatem stanowi działanie w przyszłości. Aby uzyskać pozycję w maksymalnym punkcie, wystarczy podstawić t w równaniu położenia. Biorąc to pod uwagę, czy możesz wymyślić technikę znalezienia odległości na x, którą pokona pocisk zanim spadnie na ziemię na tym samym poziomie? Wskazówka: Przypomnij sobie, że ponieważ parabola jest symetryczna, punkt, w którym obiekt osiąga maksymalną wysokość, biorąc pod uwagę płaską powierzchnię, jest punktem, w którym pokonano połowę maksymalnej odległości wx. To pozostanie jako ćwiczenie. Wykres pozycji pocisku przedstawiono na rysunku

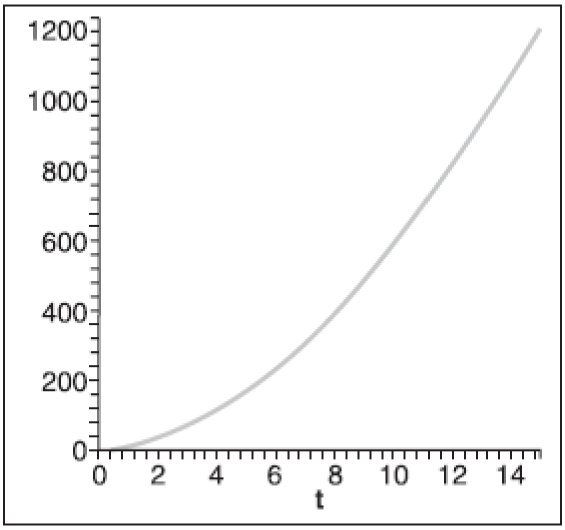


Odporny ruch

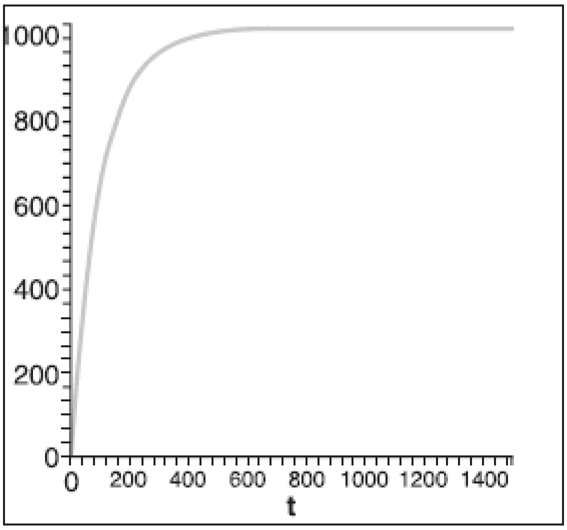
Jak wspomniano wcześniej, medium, w którym porusza się przedmiot, ma pewien wpływ na obiekt. Na przykład, jeśli obiekt porusza się w powietrzu, powinien być w stanie podróżować znacznie szybciej niż w wodzie. W sumie zależy to od intensywności siły tłumienia, w której porusza się przedmiot. Równanie, które odnosi się do tej koncepcji, można wyprowadzić z równania, które zobaczysz później. Pokazałem to tutaj po prostu dlatego, że pochodzenie jest poza materiałem omówionym w tym tekście, a to by spowodowało dość długi, nudny dowód. Równanie do obliczenia ruchu obiektu w początkowej pozycji x0 i prędkości początkowej v0, przy przyspieszeniu a0, i współczynniku tłumienia k, jest następujące:

$$x(t) = x_0 + \frac{a_0}{k} t + \frac{kv_0 - a_0}{k^2}\left(1 - e^{-kt}\right)$$

To równanie, którego wykres pokazano na rysunku ,



jest nieco inne niż poprzedni i pokazuje interesujący fakt. Często funkcja wykładnicza ze zmienną ujemną może być użyta w celu wygenerowania asymptoty. Dowiedz się, co dzieje się, gdy w ostatnim okresie występuje tendencja do nieskończoności. Wartość wykładnicza zmierza w kierunku 0, a wartość ostatniego okresu ledwie się zwiększa. Oznacza to, że równanie faktycznie zmierza w kierunku czegoś, co dąży do nieskończoności plus stała prędkość. Dla waszych celów oznacza to również, że istnieje prędkość końcowa, która jest granicą prędkości. Krótko mówiąc, rzeczywista prędkość nigdy nie powinna osiągnąć prędkości końcowej, ale powinna zmierzać w jej kierunku. Skąd wiesz, jaka jest prędkość końcowa? Możesz wybrać k takie, że równanie ma określoną prędkość końcową, co jest prostym zadaniem. Wystarczy obliczyć pochodną funkcji, aby zobaczyć równanie prędkości, i masz to, czego szukasz, jeśli ustawisz tak, że zmierza w kierunku nieskończoności. Rysunek ,



ilustruje następujące równanie:

$$v(t) = x'(t) = \left(x_0 + \frac{a_0}{k} t + \frac{kv_0 - a_0}{k^2} \left(1 - e^{-kt}\right) \right) dt$$
$$= \lim_{t \to \infty} \frac{a_0}{k} - \frac{kv_0 - a_0}{k} e^{-kt}$$
$$= \frac{a_0}{k}$$

W skrócie, możesz wybrać maksymalną prędkość, jaką twój obiekt powinien osiągnąć w danym medium i obliczyć odpowiednio wartość k. Po uzyskaniu k użyj równania pozycji, aby określić, gdzie znajduje się obiekt w danym momencie; to da ci pozycję obiektu w czasie, w którym prędkość nigdy nie przekroczy prędkości końcowej.

Siła fizyczna

W fizyce istnieje wiele sposobów rozwiązania problemu. Niektóre układy optyczne lepiej nadają się do konkretnego problemu niż inne. Przedstawione wcześniej równania doskonale nadają się do rozwiązywania prostych problemów, ale nie stanowią zbytniej pomocy w rozwiązywaniu bardziej złożonych problemów. Na przykład, jeśli rzucisz piłkę na dywan, piłka w końcu się zatrzyma. Omawiany wcześniej model ruchu nie bierze tego pod uwagę. Model tej sekcji, który jest siłą, jest wyrażony w Newtonach (m / s2). (Nawiasem mówiąc, przykro mi być tym, który ci to podarował, ale historia o jabłku uderzającym Newtona w głowę jest czystym mitem, chociaż Newton wymyślił równania dla siły grawitacji.) Ciekawe rzeczy o sile jest to, że można ją opisać jako masakcelację. Mając to na uwadze, siłę F dla obiektu o masie m i przyspieszeniu a można zapisać w następujący sposób:

F = m·a

W skrócie, model ten traktuje obiekt jako pojedynczy punkt w przestrzeni i analizuje różne siły, które są stosowane do punktu reprezentującego obiekt. Ponieważ obiekt jest reprezentowany jako punkt, nie jest możliwe rozwiązanie każdego problemu za pomocą tej techniki; mimo to, dla bardziej złożonego modelu, jest on dość prosty do zrozumienia. Na przykład, powracając do gry w czołgi omówione wcześniej w tej części, zaczynasz od uznania czołgu za jeden punkt w przestrzeni (wybierz jego centrum dla wygody). Jeśli spojrzysz na czołg w niezmienionym stanie, zostaną do niego zastosowane dwie siły:

■ Siła grawitacyjna. Siła grawitacyjna ciągnie czołg w dół w kierunku Ziemi. Oznacza to, że grawitacja jest siłą stosującą przyspieszenie grawitacyjne g do obiektu o masie m. Równanie grawitacji następuje, gdzie g jest przyspieszeniem z powodu grawitacji:

F m·g

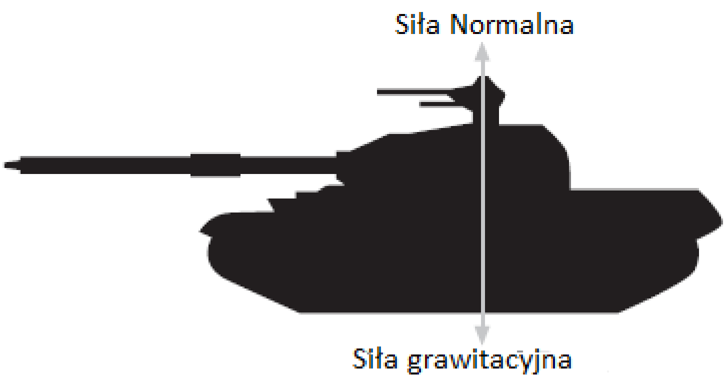
■ W istocie, im bardziej obiekt waży, tym większa jest siła oddziaływania na ziemię.

Uwaga

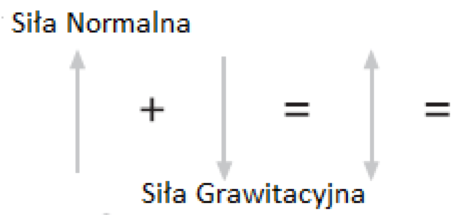
Samo przyspieszenie nie zależy od wagi. Oznacza to, że nie ma znaczenia, czy ważysz 100 funtów czy 1000 funtów; po określonym czasie zawsze spadniesz z tą samą prędkością. To prawda, prawie; w rzeczywistości jest to przybliżenie, ale jest dość rozsądne. Jest również częściowo fałszywy na poziomie mikro, ponieważ powietrze tworzy formę tarcia wokół przedmiotu podczas jego padania, a im większy jest obszar powierzchni obiektu, tym większy będzie opór. To wyjaśnia, dlaczego piórko spada wolniej niż szpilka, nawet jeśli oba mają taką samą wagę.

■ Normalna siła. Normalna siła jest siłą, która jest przykładana do czołgu, który uniemożliwia poruszanie się zbiornika. Innymi słowy, normalną siłą jest siła Ziemi przeciw grawitacji. Usuń tę siłę (czyli usuń ziemię spod zbiornika), a obiekt zacznie poruszać się w kierunku środka Ziemi.

Możesz narysować diagram sił, aby pomóc Ci zobaczyć, co się dzieje, jak pokazano na rysunku



Ponieważ siły są wektorami, możesz je geometrycznie dodać, aby uzyskać więcej łatwo zobaczyć, co się dzieje. Norma wektora powinna dyktować relację siły siłę, jak pokazano na rysunku 8.5,



gdzie siły normalne i grawitacyjne anulują każdą inne na zewnątrz. Oprócz sił grawitacyjnych i normalnych, wchodzi w grę kilka innych sił. Każdy ma swój własny użytek i zostanie omówiony w następnych sekcjach.

Tarcie

Świat bez tarcia byłby raczej irytującym światem, ponieważ nic nigdy by nie powstało ,przestało się ruszać. Nie byłoby tak źle, gdybyś budował, powiedzmy, kosmiczną grę, ale byłoby naprawdę źle, gdybyś chciał zrobić grę wyścigową. Tarcie występuje, gdy obiekt przesuwa się po materiale. Im surowszy materiał, tym łatwiej ten obiekt może się przesuwać. Z drugiej strony, przesuwaj obiekt po lodzie, a będzie on podróżował znacznie dalej, niż gdy obrócisz obiekt. Oczywiście, jeśli przesuniesz łopatę po lodzie, jest szansa, że nie przejdzie tak daleko, jak np. Łyżwa ślizgająca się po lodzie, ponieważ tarcie zależy od dwóch czynników:

■ Powierzchnia, na której się przesuwasz

■ Obiekt, który się ślizga

Większość modeli fizycznych zajmuje się tylko pierwszym czynnikiem, ale w rzeczywistości oba się liczą.

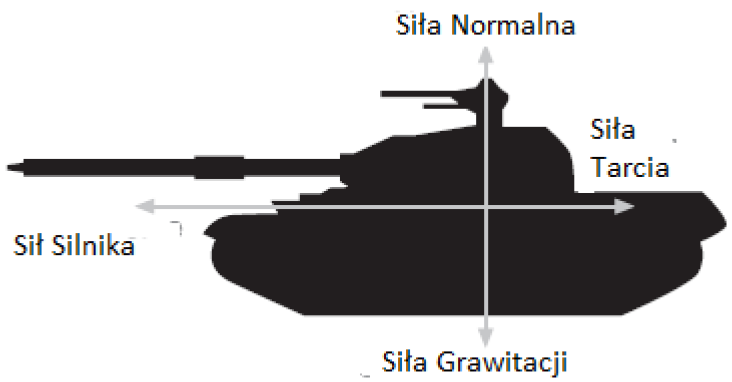
Uwaga

Zauważ, że istnieje różnica między przesuwaniem a toczeniem. Kiedy próbujesz skręcić samochodem, gdy jedziesz zbyt szybko, zjeżdżasz. Kiedy twój samochód zwalnia, ponieważ zwolniłeś pedał gazu, samochód się toczy. Ogólnie rzecz biorąc, możesz toczyć się znacznie dłużej, niż można przesuwać.

Ponieważ współczynnik tarcia zależy od użytych materiałów, jest on bezcelowy dla a gry używający wartości "prawdziwego życia" dla współczynnika tarcia, przede wszystkim dlatego, że twoje ulubione biblioteki 3D nie działają w metrach, stopach ani w czymś, co jest zdalnie znajome. Ma to znaczenie tylko wtedy, gdy chcesz, aby jeden materiał był względny względem drugiego. Podsumowując, sugeruję, abyś zamiast tego przeszedł przez to, co wygląda i czuje się dobrze. Jeśli naprawdę chcesz być bardziej realistyczny, możesz pobrać tabele współczynników z sieci. Oprócz zależności od zastosowanych materiałów, tarcie wpływa również na wagę przedmiotu, który ślizga się. Na przykład, potrzeba dużo więcej siły, aby przesunąć beczkę, niż to, aby przesunąć puszkę popu, nawet jeśli oba są wykonane z tego samego materiału. Dokładnie, siła grawitacji odgrywa rolę; nie tylko masa robi różnicę, ale także grawitacja. Jeśli siła grawitacji była naprawdę wysoka, nie można łatwo przenieść obiektu. Matematycznie rzecz biorąc, równanie jakie uzyskujemy dla siły F_k, biorąc pod uwagę współczynnik tarcia µ począwszy od [0, 1] i masy m dla przyspieszenia grawitacyjnego g, jest następująca:

$Fk = \mu mg$

Gdybyś miał stworzyć schemat sił, by uwzględnić siłę tarcia, gdzie byś to umieścił? Tarcie nie pomaga poruszać się do przodu, ani nie porusza się w y. Jedyną opcją jest tarcie przeciw ruchowi, jak pokazano na rysunku



Innymi słowy, jeśli czołg z neutralnym zsuwał się z dachu, tarcie pociągałoby czołg do tyłu (w górę w kierunku dachu). Oczywiście, nie ma sensu wspięcie się czołgu na dach. W najlepszym razie tarcie powinno stabilizować czołh tak, aby w ogóle się nie poruszał. Fakt ten zmusza do wprowadzenia dwóch nowych koncepcji:

■ Tarcie statyczne. Siła statyczna ustawia próg w odniesieniu do siły wymaganej, aby obiekt w ogóle zaczął się poruszać. Zazwyczaj poruszanie statycznym obiektem wymaga znacznie większej siły niż w przypadku ruchu obiektu. W związku z tym należy oczekiwać, że współczynnik tarcia statycznego będzie większy niż współczynnik tarcia kinetycznego.

■ Tarcie kinetyczne lub dynamiczne (niestatyczne). Odnosi się to do współczynnika tarcia, gdy obiekt się porusza. Sprawdza ilość siły, która jest marnowana przez tarcie. Ułamek siły, która pozostaje, służy do przyspieszenia przedmiotu, podczas gdy reszta rozprasza się na ciepło lub inną formę energii, która nie jest dla ciebie interesująca.

Wróćmy do przykładu naszego czołgu. Załóżmy, że pocisk wylądował w pobliżu czołgu i że czołg otrzymał siłę 10 jednostek. Zbiornik waży 2 jednostki masy i ma statyczny współczynnik 0,5, przy współczynniku kinetycznym 0,2. Jako ćwiczenie określmy, czy czołg się poruszy, a jeśli tak, to odległość, którą pokona. To brzmi jak łatwy problem, ale może to być trudne, więc przyjrzyjmy się uzasadnieniu:

$$
\begin{aligned}
F_s &= \mu_s mg \\
&= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 9.81 \\
&= 9.81
\end{aligned}
$$

Ponieważ siła tarcia jest mniejsza niż siła przyłożona do czołgu, czołg faktycznie przyspieszy od wiatrów generowanych przez wybuch. Teraz musisz określić wartość przyspieszenia, o którą zostanie przeniesiony czołg i podłączyć tę wartość do równań, które zobaczyłeś w pierwszej sekcji. To jest podstawowa praca z algebrą:

$$
\begin{aligned}
\sum F = ma &= F_{blast} - F_k \\
2a &= 10 - \mu_k mg \\
a &= 5 - \frac{1}{5} \cdot 2 \cdot 9.81 \\
&= 1.076
\end{aligned}
$$

To równanie nie ma większego sensu. Zasadniczo mówi, że czołg będzie stale przyspieszany do nieskończoności, podczas gdy w rzeczywistości czołg powinien przestać się poruszać w pewnym momencie. Wada jest w rzeczywistości w modelu. W rzeczywistości wybuch wytwarza siłę, która jest promieniowa; wpływ siły na obiekt zależy od odległości obiektu od wybuchu. Im dalej obiekt, tym mniejsza siła. Jako przybliżenie można powiedzieć, że po jednej sekundzie efekty wybuchu wyblakły, a wszystko, co pozostało, to prędkość, którą zgromadził obiekt i siła tarcia. Biorąc to pod uwagę, zbierzmy wszystko, aby zobaczyć, jak daleko czołg naprawdę się poruszył:

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{a_0 t^2}{2}$$
$$x(1) = \frac{1.076}{2}$$
$$= 0.538$$

$$v(t) = v_0 + a_0 t$$
$$v(1) = 0 + 1.076$$
$$= 1.076$$

Po jednej sekundzie siła eksplozji znika

$$\sum F = ma = -F_k$$
$$a = -\mu_k \cdot g$$
$$= -\frac{1}{5} \cdot 9.81$$
$$= -1.962$$

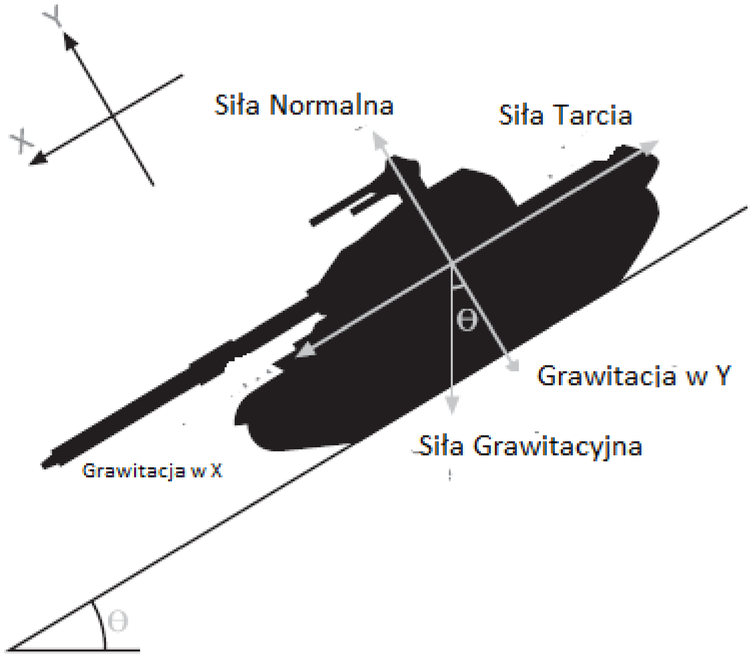
Kiedy prędkość jest zerowa, tarcie przejmuje kontrolę. Wynika, że

$$v(t) = v_0 + a_0 t$$
$$0 = 1.076 - 1.962\text{t}$$
$$\text{t} = 0.548$$

Teraz oblicz, gdzie czołg jest po t sekundach:

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{a_0 t^2}{2}$$
$$= 0.538 + 1.076 \cdot 0.548 - 0.981 \cdot 0.548^2$$
$$= 0.833$$

Jest jeszcze jeden problem, który warto zbadać pod kątem tarcia: przypadek spadającego z nachylonego obiektu. Znalezienie przyspieszenia na tym jest dość łatwe, ale musisz znać sztuczkę, albo matematyka może stać się całkiem długa. Chodzi o to, że możesz obracać wszystko tak, aby Twoje osie były wyrównane względem nachylenia. Jeśli to zrobisz, rzeczy staną się znacznie prostsze, jak pokazano na rysunku



Matematyka wygląda następująco:

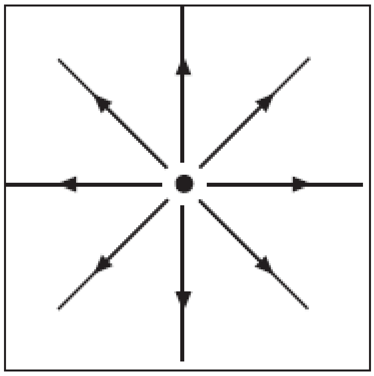
$$\sum F = -\mu_k mg\cos(\theta) + mg\sin(\theta)$$

Pola sił elektrycznych i grawitacyjnych

Właśnie wtedy, gdy myślałeś, że rozumiesz grawitację, odkrywasz, że jest w tym coś więcej. Równanie, które zobaczyłeś dla grawitacji, było przybliżeniem, które jest bardzo zbliżone do rzeczywistego rozwiązania, gdy masz do czynienia zarówno z masywnym obiektem, jak i bardzo małym obiektem, takim jak Ziemia i piłka nożna. Rzeczywistość grawitacji jest taka, że masa ma znaczenie. Magnetyzm, elektryczność i grawitacja podlegają bardzo podobnym zasadom. Magnetyzm i elektryczność działają na mikro, podczas gdy grawitacja działa na makro. W rzeczywistości pojęcia te są na tyle podobne, że faktycznie mają to samo równanie, a nie całkiem takie same stałe. Wszystkie te pojęcia można łatwo zwizualizować jako pola sił. Z kolei pole siłowe może być wizualizowane jako pole wektorowe. Pole wektorowe to mapowanie, które przypisuje wektor do współrzędnych. Ponieważ wektory mają kierunek i długość, można graficznie przedstawić pole wektorowe, wykreślając wektor w danej pozycji wejściowej. Powstały obraz daje poczucie przepływu. Na przykład, możesz myśleć o polu jako wodzie, a wektory podadzą kierunek i siłę prądu. Może to być całkiem przydatna funkcja. W naszym konkretnym przypadku pole wektorowe reprezentuje siłę grawitacyjną lub elektromagnetyczną. Równanie zajmuje dwa ładunki elektryczne (lub masy), m_1 i m_2, a także stałą k. Równanie siły od m_1 do m_2 jest następujące:

$$F_e(x,y,z) = \frac{km_1m_2}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$

To równanie może generować całkiem fajne efekty, takie jak pole siłowe, które może ochronić gracza (lub inny element gry) przed obiektem. Gdybyśmy narysowali schemat siły, w rzeczywistości przyciągnęlibyśmy siłę promieniową, ponieważ siła zależy od odległości między dowolnym punktem w przestrzeni i punktem odniesienia, z którego dochodzi siła. Przykładowy schemat sił pokazano na rysunku



Ciekawostką tego równania jest to, że daje ono przyspieszenie, co oznacza, że jeśli na przykład pocisk został wystrzelony w pole siłowe, to im większa jest prędkość początkowa, tym dalej w pole siłowe. Oznacza to, że możesz mieć grę w stylu Quake z polami siłowymi wokół postaci; następnie, aby zabić postać, musisz zbliżyć się do nich wystarczająco blisko, aby prędkość każdego pocisku wystrzeliwanego przez postać była wystarczająco szybka, aby przeniknąć pole siłowe. Niefortunną rzeczą w tym równaniu jest że nie może zapewnić przyspieszenia pocisku z czasem. Oznacza to, że obecnie nie ma rozwiązania tego równania. To równanie może generować całkiem fajne efekty, takie jak pole siłowe, które może ochronić gracza (lub inny element gry) przed obiektem. Gdybyśmy narysowali schemat siły, w rzeczywistości przyciągnęlibyśmy siłę promieniową, ponieważ siła zależy od odległości między dowolnym punktem w przestrzeni i punktem odniesienia, z którego dochodzi siła. Przykładowy schemat sił pokazano na rysunku 8.8. Ciekawostką tego równania jest to, że daje ono przyspieszenie, co oznacza, że jeśli na przykład pocisk został wystrzelony w pole siłowe, to im większa jest prędkość początkowa, tym dalej w pole siłowe. Oznacza to, że możesz mieć grę w stylu Quake z polami siłowymi wokół postaci; następnie, aby zabić postać, musisz zbliżyć się do nich wystarczająco blisko, aby prędkość każdego pocisku wystrzeliwanego przez postać była wystarczająco szybka, aby przeniknąć pole siłowe. Niefortunną rzeczą w tym równaniu jest że nie może zapewnić przyspieszenia pocisku z czasem. Oznacza to, że obecnie nie ma rozwiązania tego równania, które może dać ci przepływ (lub linie trajektorii) pocisku w polu siłowym w czasie. Jest to niefortunne, ponieważ nieco ogranicza to, co możesz zrobić z równaniem. Załóżmy na przykład, że sieć, w której grasz, zaczyna się opóźniać. Twoja gra zaczyna się od obliczenia przyspieszenia pocisku z jego aktualnej pozycji <x, y, z> i oblicza położenie pocisku po danym czasie t. Ponieważ sieć jest opóźniona, twój pocisk może w rzeczywistości sięgać środka siły (która jest uważana za statyczną i w punkcie wyjścia odnotowanym we wspomnianym równaniu). Co się dzieje, gdy pocisk ma wartość <0, 0, 0>? Siła powoduje wartość nieskończoności. Alternatywnie, jeśli pocisk znajduje się bardzo blisko środka, równanie daje bardzo dużą wartość; twój pocisk oszaleje w jednym kierunku w następnej klatce. Z drugiej strony, jeśli zawsze obliczasz tak, że różnica czasu jest bardzo mała, powinieneś być całkiem blisko rzeczywistego przepływu. Innym problemem z tym równaniem jest to, że nie ma prostego sposobu na synchronizację każdego gracza, tak, że wszyscy uzyskują te same wartości. Jeśli jeden gracz ma szybszy komputer, spodziewa się zobaczyć więcej klatek, ale jeśli obliczysz więcej klatek, nie podążysz dokładnie tą samą ścieżką, co byś, gdybyś obliczył mniej klatek. Jedynym sposobem na naprawienie tego jest ustawienie stałych klatek i przejście liniowe z jednego położenia próbki do następnego w czasie. To nie jest najbardziej eleganckie rozwiązanie, ale działa i nie wygląda zbyt źle.

Impuls

Ogólny model, jaki dotychczas widzieliście, to taki, w którym siła jest nieustannie stosowana do obiektu w czasie. Chociaż może to oznaczać dużą liczbę sił, takich jak grawitacja, elektryczność i tym podobne, istnieje inny zestaw sił, które są oparte na impulsie. Ogólnie rzecz biorąc, impuls można zdefiniować jako średnią siłę stosowaną w czasie. Na przykład załóżmy, że chcesz wystrzelić dwa pociski z tym samym działem. Czy nie powinno to mieć znaczenia, jeśli jedna kula armatnia waży dwa razy więcej niż druga? Żaden model, który dotychczas widziałeś, rozwiązuje ten problem, ponieważ każdy zakłada, że prędkość została podana początkowo. Ideą impulsu jest jednak to, że przez określony czas t stosuje się stałą siłę. Równanie do obliczenia impulsu, biorąc pod uwagę masę obiektu, jego końcową prędkość v, i dwa razy, pomiędzy którymi zastosowano siłę F, jest następujące:

$$Impulse = F \cdot (t_2 - t_1) = m \cdot v$$

Jest to niezwykle przydatna formuła pozwalająca na określenie prędkości początkowej pocisku z uwzględnieniem siły i masy pocisku. Na przykład, jeśli zastosujesz siłę 10N przez 2 sekundy przy masie 2 kg, powinieneś otrzymać następujące informacje:

$$\begin{aligned} F \cdot (t_2 - t_1) &= m \cdot v \\ 10 \cdot 2 &= 2v \\ v &= 10m/s \end{aligned}$$

Możesz również użyć tej formuły do uwzględnienia wielu innych rodzajów impulsów. Rzeczywiście, większość problemów, dla których normalnie spodziewałbyś się uzyskać prędkość początkową, może skorzystać z formuły impulsu, aby obliczyć masę obiektu. W tym modelu można zrobić coś tak prostego, jak skok postaci. Podaj siłę nóg postaci i długość impulsu, a otrzymasz pionową prędkość skoku. Oczywiście można również wziąć pod uwagę, że niektóre postacie są silniejsze od innych, a zatem siła może się również zmienić.

Pławność

Nie jest to problem, z którym możesz spotkać się tak często, jak na przykład z pociskami, ale jest całkiem interesujący i może dać całkiem niezłe efekty. Załóżmy na przykład, że planujesz stworzyć grę 3D Super Mario Brothers i zdecydowałeś się stworzyć poziom, w którym postać musi przeskoczyć z jednej skrzynki na drugą. Połów opiera się na tym, że skrzynie znajdują się na wodzie i poruszają się powoli z powodu prądu stosowanego w stawie. Już zasymulowałeś prąd, nadając skrzyni statyczną prędkość, ale teraz chciałbyś zasymulować dodatkowy ciężar postaci na różnych skrzyniach na tym poziomie. Wymaga to badania pływalności i pływalności. Płyny mogą być niezwykle złożonym polem do badania, ale ten konkretny problem można łatwo rozwiązać za pomocą zaledwie kilku podstawowych pojęć. Pierwszą rzeczą, o której powinieneś wiedzieć, jest to, że wszystkie obiekty mają gęstość. Gęstość masy? to tylko obliczenie, ile masy, m, jest na jednostkę objętości, V:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Weźmy na przykład beton. Beton jest dość gęsty, co oznacza, że zawiera dużo masy na jednostkę objętości. Dlatego nawet mały blok betonu jest bardzo ciężki. Z drugiej strony, rozważ pustą skrzynię, która ma taki sam rozmiar jak betonowy blok. Ponieważ skrzynia o tej wielkości waży o wiele mniej niż betonowy blok, jest mniej gęsta. Innym przykładem jest woda w porównaniu z powietrzem. Woda jest znacznie gęstsza niż powietrze. Oprócz zrozumienia płynów, musisz być w stanie zrozumieć koncepcję nacisku. Ciśnienie można zdefiniować jako siłę wywieraną na jednostkę powierzchni. Na przykład nawet kiedy siadasz i czytasz tę książkę, powietrze wywiera nacisk na twoje ciało, tym samym ściskając je do wewnątrz. Ponieważ woda jest gęstsza, wywiera jeszcze większy nacisk na twoje ciało, dlatego Twoja skóra marszczy się, gdy pozostajesz w wodzie zbyt długo. Matematycznie ciśnienie P definiuje się siłą F i powierzchnią A w następujący sposób:

P = F/A

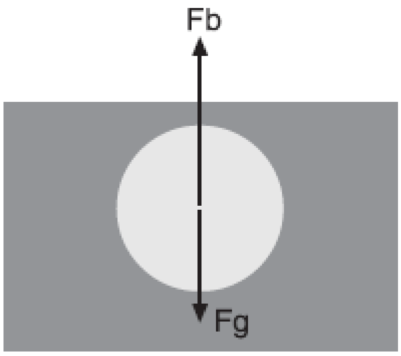
Jak to wszystko pasuje do siebie? Jeśli kiedykolwiek nurkowałeś w głębinach morskich, być może zauważyłeś, że kiedy płyniesz głębiej, twoje uszy zaczęły boleć. Ten ból jest spowodowany wzrostem nacisku na twoje uszy; Im głębiej idziesz, tym większy jest nacisk. Dlaczego jednak ciśnienie rośnie? Kiedy płyniesz, cała woda nad tobą wywiera nacisk na twoje ciało. Im głębiej idziesz, tym więcej wody znajduje się nad tobą i im większa jest presja. Jak to się ma do skrzynek w grze? Gdybyśmy narysowali diagram siły dla twojej skrzyni, dowiedzielibyśmy się, że na skrzyni działają dwie główne siły: grawitacja, która ciągnie twoją skrzynię w kierunku dna i ciśnienie, które gromadzi się wokół skrzyni. Jeśli spojrzysz na siłę z boku skrzyni, zauważysz, że nacisk po lewej stronie skrzyni jest taki sam, jak ciśnienie po prawej, po prostu dlatego, że głębokość jest taka sama. Siły na górnym i dolnym panelu skrzynki są jednak różne; konkretnie, górny panel będzie miał siłę mniejszą niż dolny panel. W związku z tym skrzynia powinna normalnie poruszać się w górę, chyba że waży tyle, że grawitacja ściąga ją całkowicie pod wodą. Teraz prawdziwe pytanie: Jak określić siłę, która działa przeciwko grawitacji, znana również jako siła wyporu? Ostatnim elementem, którego potrzebujesz, jest równanie, które daje Ci ciśnienie wody na wysokości h. Możesz to zrobić, jeśli użyjesz dwóch poprzednich równań, takich jak

$$\begin{aligned} F &= mg \\ &= \left(\frac{m}{V} Ah\right) g \\ &= \rho A h g \end{aligned}$$

Następnie, zastępując równanie ciśnienia, otrzymuje się:

$$\begin{aligned} P &= \frac{F}{A} \\ &= \frac{\rho A h g}{A} \\ &= \rho h g \end{aligned}$$

Tak więc siła wyporu jest różnicą między siłą na górze skrzyni i siłą na dnie skrzyni. Następująca logika, przedstawiona na rysunku,



wynika z objętości V:

$$\begin{aligned}F_b &= F_{bottom} - F_{top} \\ &= P_{bottom}A - P_{top}A \\ &= \rho h_{bottom} gA - \rho h_{top} gA \\ &= \rho gA\left(h_{bottom} - h_{top}\right) \\ &= \rho gV\end{aligned}$$

Jak widzieliście poprzednio, każdą objętość można wyrazić jako nieskończoną sumę nieskończenie małych kostek; dlatego ta formuła oznacza dowolny rodzaj objętości. Więc chcesz określić przyspieszenie skrzyni w wodzie? Wystarczy obliczyć sumę siły i znaleźć przyspieszenie. To takie proste. To powiedziawszy, bądź ostrożny; powyższe równanie zakłada, że skrzynia jest całkowicie zanurzona w wodzie. Jeśli chcesz zająć się przypadkiem, w którym skrzynia nie jest całkowicie zanurzona, musisz użyć jednej gęstości dla powietrza i innej dla wody. (Tak, że wiesz, powietrze jest zazwyczaj około 775 razy mniej gęste od wody. Możesz łatwo znaleźć te rodzaje liczb w Internecie.) Aby dokończyć symulację skaczącej postaci na skrzyniach, wystarczy podłączyć kilka liczb . Załóżmy na przykład, że masa postaci wynosi 60, skrzynia jest kostką z jednostką 10 i masą 10, a gęstość wody, w której unoszą się skrzynie, wynosi 1. Poniżej znajduje się:

$$\begin{aligned}\sum F &= 0 \\ F_b - F_g &= 0 \\ 0 &= \rho_{water} gV_{water} - mg - Mg \\ &= \rho_{water} V_{water} - m - M \\ &= \rho_{water} A_{water} \Delta h - m - M \\ \Delta h &= \frac{m+M}{\rho_{water} A_{water}} \\ &= \frac{60+10}{1 \cdot 10^2} \\ &= 7\end{aligned}$$

Zatem skrzynia powinna być zanurzona w 7 jednostkach zamiast 1. Jeśli chcesz być ekstra, możesz mieć ruch oscylujący od 1 do 7, aby naprawdę sprawiać wrażenie, że woda jest falista. Odkryjesz mnóstwo innych sił w następnym rozdziale. Na razie trzymajmy się tych, które widzieliście do tej pory. Jeśli użyjesz ich prawidłowo, możesz zrobić z nimi całkiem fajne rzeczy.

Energia

Energia, która wyraża się w dżulach (które w rzeczywistości są newtonami razy metry), opiera się na niezwykle prostym twierdzeniu, które stwierdza, że energia jest zawsze zachowana lub inaczej, nigdy nie jest stracona, ale jedynie zmienia formę. Choć proste, to twierdzenie ma wielkie konsekwencje. Na przykład załóżmy, że zużyłeś dużo energii, aby rzucić piłkę w okno. Energia zaczyna się w tobie i jest przenoszona na piłkę, umożliwiając piłkę do przodu, uderzając w okno i ostatecznie rozbijając szkło.

Innymi słowy, energia przeniesiona na kulę została przekształcona w inną formę energii, która służyła do odkształcenia szkła i piłki. Energia, którą przekazałeś na piłkę, nie była tak naprawdę stracona; zamiast tego została przekształcona w inną formę - ciepło, tarcie, i tak dalej - i odrobinę tej siły użyto również do wbicia piłki w okno.

Uwaga

Co ciekawe, najsłynniejsza formuła Einsteina, E = mc2, odnosi się do energii. W rzeczywistości to równanie wyraża energię relatywistycznej cząstki, gdzie m jest masą, a c - prędkością światła. Niestety, to równanie nie jest zbyt użyteczne w grach.

Istnieje wiele form energii grawitacyjnej, energia kinetyczna, pęd - więc bez dalszej zwłoki przyjrzyjmy się możliwym waszym interesom. Energia, podobnie jak siła, jest zależna od danego punktu w przestrzeni. Kiedy próbujesz rozwiązać problem za pomocą modelu energii, musisz ustawić linie bazowe podobnie do tego, jak zdefiniowałeś linie bazowe za pomocą sił. To tak, jakby wybrać miejsce pochodzenia w systemie. Czasami wybór odpowiedniego pochodzenia może być bardzo korzystny.

Energia potencjalna

Energia potencjalna wyraża energię, którą dany obiekt może potencjalnie uzyskać. Definiuje swój potencjał w zakresie energii. Ogólnie rzecz biorąc, energia potencjalna U jest określana w odniesieniu do siły F w czasie t:

$$U = -\int_c F \cdot dt$$

Potencjalna energia może być postrzegana jako energia, która może potencjalnie powstać, jeśli coś na to pozwala. Na przykład balon z wodą zawiera potencjalną energię, ponieważ może eksplodować, jeśli uderzy w ścianę. Pomyśl o tym jako o uśpionej energii.

Grawitacyjna energia potencjalna

U, potencjał, jest zdefiniowany jako integralna część ścieżki siły. W naszym przypadku ścieżka jest po prostu linią poziomą, ponieważ dotyczy nas tylko siła grawitacji. Tak więc, jeśli obliczymy równanie specjalnie dla grawitacji, wymyślimy następującą formułę wyrażoną w kategoriach masy m, przyspieszenia grawitacyjnego g, i h, wysokości obiektu od punktu odniesienia.

U = mgh

Tak więc, jeśli obiekt o masie 2 zostanie wyrzucony w powietrze w określonym czasie i osiągnie wysokość 10 na Ziemi, jego potencjalna energia będzie

$$\begin{aligned} U &= 2 \cdot 9.81 \cdot 10 \\ &= 196.2J \end{aligned}$$

Energia kinetyczna

Energia potencjalna sama w sobie nie jest przydatna. Pamiętajcie, twierdzenie o energii stwierdza, że energia nigdy nie jest faktycznie tracona. Jeśli spojrzysz na samą energię potencjalną, możesz łatwo stwierdzić, że energia jest tracona, gdy obiekt zmniejsza wysokość. To prawie prawda, ale nie do końca. W rzeczywistości energia potencjalna jest tracona po prostu dlatego, że obiekt ma mniej "potencjału" do zejścia. Z drugiej strony energia potencjalna jest przekształcana w inną formę energii: energię kinetyczną, która wyraża energię ruchu. Krótko mówiąc, im szybciej się poruszasz, tym wyższa powinna być energia kinetyczna i tym mniejsza powinna być potencjalna energia. Innymi słowy, energia potencjalna uzupełnia energię kinetyczną. Kiedy jeden z nich upadnie, drugi podnosi się i na odwrót. Możesz określić równanie energii kinetycznej za pomocą odrobiny żonglerki z pochodnymi. Robi się to z pojęciami, które wyglądają głębiej w rachunku różniczkowym, więc pomijam dowód, ale w istocie energia kinetyczna jest definiowana jako integralna część siły dla ścieżki (nie do końca pomylić z integralną ścieżką). Zasadniczo daje to pracę, której wymaga ruch cząstki przy prędkości v:

$K = 1/2mv^2$

Jak to może pomóc w rozwiązaniu problemu? Rozważmy typowy podręcznikowy problem, w którym kulka o masie m = 2 spada z budynku o wysokości h = 1, i przypuśćmy, że chcesz określić prędkość przedmiotu, gdy uderzy w ziemię. Z tym nowym narzędziem, problem staje się o wiele łatwiejsze do rozwiązania. Początkowo prędkość wynosi 0, czyli:

$$\begin{aligned}\sum \text{Energy} &= U + K \\ &= mgh + \frac{1}{2}mv^2 \\ &= 2 \cdot 9.81 \cdot 1 + 0 \\ &= 19.62J\end{aligned}$$

Na dole energia jest taka sama, ale u góry jest równa 0, a więc:

$$\begin{aligned}\sum \text{Energy} &= U + K \\ 19.62 &= mgh + \frac{1}{2}mv^2 \\ v &= \sqrt{\frac{2 \cdot 19.62}{2}} \\ &= 4.429\text{m/s}\end{aligned}$$

Pęd

Przypuśćmy, że piszesz kolejny Grand Theft Auto 3 i masz podstawowy ruch, położenie, prędkość i przyspieszenie samochodu, ale coś jest nie tak, kiedy uderzysz w inny samochód - konkretnie, drugi samochód działa jak nieruchoma ściana, a nie porusza się obiekt. Recepta na taki problem polega na ponownym przejrzeniu formuł używanych do obliczenia kolizji. Na szczęście taki problem można wyrazić w kategoriach zachowania energii i można go łatwo rozwiązać. Kiedy samochód uderza w inny samochód, a oba mają taką samą wagę i poruszają się z tą samą prędkością, można oczekiwać, że po prostu zwiną się jeden na drugi. Z drugiej strony, jeśli powiedzmy, że Mini Cooper trafi w autobus, można oczekiwać, że autobus zmiażdży Mini tylko dlatego, że autobus ma większą masę. Ewentualnie, jeśli jeździsz samochodem zderzakowym w tym samym czasie, co Twój wujek Sam, może się zdarzyć, że kiedy zderzy się z tobą, odbijesz o wiele więcej niż on - choć może nadal odbić w pewnym stopniu, ponieważ po wszystko, on cię uderzył. Dlaczego tak jest? Z powodu pędu, zdefiniowanego jako ciężar przenoszony przez określoną prędkość. Tak więc, jeśli wujek Sam miałby wskoczyć do samochodu zderzakowego, może to zająć mu trochę czasu, aby przyspieszyć pojazd, głównie dlatego, że dominującym czynnikiem jest waga. Podobnie, kiedy wujek Sam uderza cię, wydaje ci się, że zostałeś skoszony przez autobus, ale ledwo się porusza. To dlatego, że zgromadził dużo impetu. Ponieważ masz znacznie mniej pędu niż on, jego pęd pochłania twój pęd, a następnie popycha cię w przeciwnym kierunku. Gdyby oba momenty były takie same, zarówno ty, jak i wujek Sam przestalibyśmy się poruszać w razie zderzenia czołowego. Matematycznie, pęd obiektu jest zdefiniowany następująco:

p = mv

Jak widzieliście, im więcej macie masy, tym więcej rozpędu budujecie. To samo dotyczy prędkości. Jeśli, na przykład, miałbyś zgromadzić ogromną prędkość, zanim zderzysz się z Wujkiem Samem, i gdyby biegł z prędkością żółwia, prawdopodobnie wygenerowałbyś odpowiedni impuls, by odepchnąć go, nawet gdyby był nieco poza skalą.

Zderzenia sprężyste

Kolizja elastyczna jest kolizją, w której dwa obiekty, które zderzają się, odbijają się z różnymi prędkościami. Widzisz wiele elastycznych kolizji w automatach do gry, w których piłka odbija się od całego stworzenia. Rozmawialiśmy o impetach i oszczędzaniu energii, ale nie o tym, w jaki sposób te koncepcje są przydatne dla gier. Brakujący kawałek odnosi się do rozpędu. Tak jak energia jest zachowana w całym systemie, pęd jest również zachowywany, gdy siły są stałe. Załóżmy więc, że masz dwa samochody, które zderzają się z GTA, i chcesz określić prędkość, z jaką dany samochód jest dobierany. Tak więc masz masę dwóch samochodów, m1 i m2 oraz prędkość samochodów w momencie ich zderzenia, v_1 i v_2. Co otrzymujesz, to:

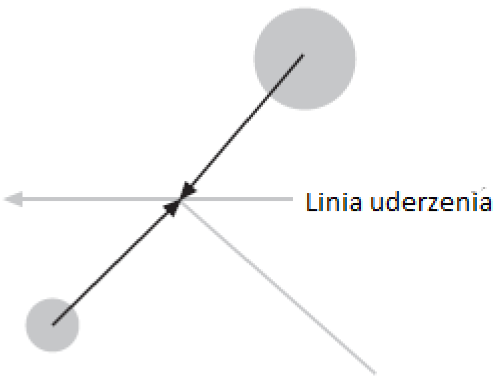
$$\frac{1}{2}m_1v_1^{\,2}+\frac{1}{2}m_2v_2^{\,2}=\frac{1}{2}m_1v_{1f}^{\,2}+\frac{1}{2}m_2v_{2f}^{\,2}$$
$$m_1v_1+m_2v_2=m_1v_{1f}+m_2v_{2f}$$

$$m_1v_1^{\,2}+m_2v_2^{\,2}=m_1v_{1f}^{\,2}+m_2v_{2f}^{\,2}$$
$$m_1v_1+m_2v_2=m_1v_{1f}+m_2v_{2f}$$

Izoluj wartości dla końcowej prędkości v_1 i v_2 i otrzymujesz:

$$v_{1f}=\frac{(m_1-m_2)v_1+2m_2v_2}{m_1+m_2}$$
$$v_{2f}=\frac{(m_2-m_1)v_2+2m_1v_1}{m_1+m_2}$$

Ponieważ te dwa równania są kwadratowe, naprawdę otrzymujesz dwie odpowiedzi, ale odpowiedź zasadniczo stwierdza, że nic się nie zmienia. Ma to sens, jeśli dwie masy nie kolidują ze sobą, ale posiadanie dwóch mas nie kolidujących nie jest naprawdę interesującym problemem, więc te równania będą działać. Spójrzmy, co się dzieje, gdy różne wartości są podłączone do równań. Na początek, jeśli jedna z dwóch mas jest ogromna, możesz zweryfikować za pomocą tych równań, że mała masa odbije się od większej, tak jakby większa była murem. Z drugiej strony ciężki przedmiot prawie nie zostanie dotknięty. Po drugie, jeśli obie masy i prędkości są równe, ale w przeciwnym kierunku, to wynikiem jest doskonale symetryczna kolizja, która wyrzuca każdy obiekt z powrotem do miejsca, z którego pochodzi. Ale poczekaj - coś jest nie tak z tym obrazem. Czy naprawdę sądzisz, że gdyby doszło do zderzenia między dwoma identycznymi samochodami, oba po prostu odbiłyby się na swoich wyjściowych pozycjach? Jest mało prawdopodobne. Samochody odbijają się, zamiast zgniatać pod wpływem uderzenia, ponieważ w tym scenariuszu zastosowano model zwany modelem elastycznym, tak zwany, ponieważ działa bardzo dobrze w przypadku elastycznych obiektów, które nie tracą energii podczas kolizji. W rzeczywistości, jak wspomniano wcześniej, pewna energia jest rozpraszana przez obiekty po uderzeniu w postaci ciepła, deformacji lub innych podobnych form energii. Ale nawet jeśli zderzenia elastyczne nie mają zastosowania w scenariuszu do gier, takim jak opisany tutaj, nie można ich całkowicie odrzucić. Mogą być nadal używane w innych typach gier, takich jak wideo-pinball i tym podobne. Zilustrujmy użycie elastycznego modelu z pół-skomplikowanym przykładem. Załóżmy, że masz dwie super-piłki, jedną dużą i jedną małą, i zderzają się, jak pokazano na rysunku



Następujący proces następuje dla kul o masie 2 i 1, odpowiednio:

$$\mathbf{v}_1 = \langle 3, 4 \rangle$$
$$\mathbf{v}_2 = \langle -3, -2 \rangle$$

$$v_{1f} = \frac{(2-1)4 + 2 \cdot 1 \cdot (-2)}{2+1} = \frac{4-4}{3} = 0$$

$$v_{2f} = \frac{(1-2)(-2) + 2 \cdot 2 \cdot 4}{2+1} = \frac{18}{3} = 6$$

Uwaga

Ten problem jest nieco trudniejszy, głównie dlatego, że dotyczy dwóch wymiarów. Jeśli jednak ostrożnie odchylasz swoje kąty, powinieneś być w porządku.

Możesz mieć problem z przekonwertowaniem tych równań na 2D, ale nie jest to zbyt skomplikowane. Wszystko, co musisz wymyślić, to kąt kolizji. Gdy zderzają się dwa obiekty, narysuj wyimaginowaną linię między środkami obu obiektów; ta wyimaginowana linia wskazuje punkt, w którym uderzenie jest propagowane. Jeśli oba obiekty są sferyczne, łatwo zauważyć, gdzie te dwa obiekty będą się odbijać. Aby poradzić sobie z takim problemem, najpierw określ tę linię impulsu. Problem opisany powyżej zakłada, że kule zderzają się pionowo, gdy poruszają się w kierunku poziomym. Linia oddziaływania w tym przypadku jest w 100% pozioma, co upraszcza problem. Tutaj druga piłka leci w dół, podczas gdy druga piłka przestaje się całkowicie poruszać. Nie jest jednak prawdą, że dowolne dwie sfery zderzają się poziomo. Można łatwo rzucić dwoma kulami w kierunku siebie nawzajem tak, że uderzyłyby pod kątem; to jest ten kąt, który musisz znaleźć. To zależy od pozycji obiektu, a także od jego formy.

Nieelastyczne kolizje

W nieelastycznym zderzeniu dochodzi do całkowitego przeciwieństwa zderzenia elastycznego. W takim przypadku przedmioty są sklejone na końcu. Na przykład, jeśli strzelałeś do gracza rakietą, jest wysoce nieprawdopodobne, aby rakieta odbiła się, nawet jeśli gracz zbliżał się do Ciebie. Bardziej odpowiednim modelem byłoby po prostu, aby rakieta "przykleiła się" do gracza, lub włożyła się w ciało innego gracza. W nieelastycznej kolizji zachowuje się pęd (przecież masa nie zanika w fizyce newtonowskiej), ale tracisz energię kinetyczną, która zamienia się w ciepło, dźwięk lub inne formy energii. Wzór na ten problem można łatwo napisać:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v$$

Izoluj dla końcowej prędkości, v, i rozwiązałeś ten problem.

$$v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

Weźmy na przykład zderzenie kuli z ciałem obcego. W tym przypadku kula jest praktycznie nieważka, a obcy jest początkowo nieruchomy i masywny. Poniżej pokazano, jak obcy o masie 1000 i pocisku masy 0,001 z prędkością 500 przesuną się po strzale:

$$\begin{aligned} v &= \frac{1000 \cdot 0 + 0.001 \cdot 500}{1000 + 0.001} \\ &= \frac{0.5}{1000.001} \\ &= \frac{1}{200.0002} \end{aligned}$$

Jak widać, kosmita ledwo się porusza. W rzeczywistości tarcie statyczne może całkowicie anulować ten efekt.

Energia niekonserwatywna

W większości przypadków dotychczas omawiane rodzaje energii były konserwatywnymi energiami. Zachowawcze formy energii zmieniają się z jednego rodzaju na inny - na przykład z kinetycznego na potencjał i odwrotnie - ale nie rozpraszają się na inne formy, takie jak ciepło. Model energii alternatywnej obejmuje niekonserwatywne energie - na przykład tarcie. Tarcie powoduje rozpraszanie energii w ciepło, ale ponieważ ciepło nie jest częścią twojego modelu (nie obliczasz ciepła wewnątrz lub na zewnątrz systemu), jest ono uważane za zewnętrzne dla twojego systemu i dlatego jest definiowane jako niekonserwatywne. (Z drugiej strony, jeśli będziesz śledzić ciepło w jakimkolwiek systemie, którego używasz, rzeczywiście traktowałbyś tarcie jako konserwatywną formę energii, ponieważ jest on konserwowany w systemie.) W rzeczywistości jest to prostsze niż to mogą się wydawać. Energia tracona z tarcia jest niczym innym, jak siłą tarcia razy pokonaną odległość. Jest to zbliżone do energii potencjalnej, gdzie siła jest po prostu siłą grawitacyjną razy dystans. Matematycznie, niekonserwatywna utrata energii W przez tarcie jest następująca:

$$\begin{aligned} W &= F_k d \\ &= \mu m g d \end{aligned}$$

Najłatwiejszym sposobem wyrażenia prawa zachowania energii jest stwierdzenie, że suma różnic między energią przed i po zdarzeniu, którego uczysz się wynosi 0. Innymi słowy, jeśli jakaś energia uwolniła X, to w dwóch model energii, druga energia otrzymała X (oczywiście, możesz to uogólnić, aby obsłużyć dowolną liczbę poziomów energii). Jest to przedstawione matematycznie w następujący sposób:

$$\Delta U + \Delta K = 0$$

Kiedy energia nie jest zachowana, część energii zostaje uwolniona poza zbiór równań. Na przykład, gdybyś obliczył sumę różnic potencjału i energii kinetycznej, dowiesz się, że brakuje ci x Joules. Jeśli odejmiemy x Joules z każdej strony równania, otrzymamy bardziej ogólne równanie wyrażające brak zachowania energii:

$$\Delta U + \Delta K = W$$

W bardziej realistycznej grze GTA, kiedy uderzysz w samochód, istnieje ryzyko, że samochód będzie miał tarcie z oponami. Jeśli uderzysz w samochód z boku, koła nie będą się toczyły, przez co znacznie spowolnisz się przez tarcie. Dzięki powyższemu równaniu i zachowaniu równania momentu możesz teraz obliczyć bardziej realistyczną prędkość dla dwóch samochodów po wypadek. Jeśli użyjesz poprzedniego równania, aby znaleźć ostateczną prędkość każdego samochodu, okaże się, że zależy to od przebytej odległości. Im dalej podróżujesz, tym wolniej się dostaje. Co się tutaj dzieje, to to, że tarcie spowalnia cię do pełzania. Jeśli chcesz utrzymać tę samą prędkość, potrzebujesz przyspieszenia, aby to zrekompensować.